附录 1 多部门 DSGE 模型构建与求解

原文模型的具体构建及求解如下，其中模型下角标 $i=S,P$ 同样分别表示国有企业部门和非国有企业部门，由于原文中对于主要变量和参数已作解释，此处不再赘述：

（一）家庭

家庭的期望效用函数为：

$$\max E\sum_{t=0}^{\infty}\beta^{t}\left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}-\chi\frac{L_t^{1+\eta}}{1+\eta}-\frac{EU_t^{1+\upsilon}}{1+\upsilon}+\frac{\left(M_t/P_t\right)^{1-\sigma_M}}{1-\sigma_M}\right] \tag{A1}$$

家庭消费 C_t 由国有企业部门的消费品 $C_{S,t}$ 和非国有企业部门的消费品 $C_{P,t}$ 组成：

$$C_t=\left[\lambda_S^{\theta_c}C_{S,t}^{1-\theta_c}+\lambda_P^{\theta_c}C_{P,t}^{1-\theta_c}\right]^{1/(1-\theta_c)} \tag{A2}$$

假设国有企业部门和非国有企业部门对应的价格分别为 $P_{S,t}$ 和 $P_{P,t}$，则经济体的总价格指数表示为：

$$P_t=\left[\lambda_S P_{S,t}^{(\theta_c-1)/\theta_c}+\lambda_P P_{P,t}^{(\theta_c-1)/\theta_c}\right]^{\theta_c/(\theta_c-1)} \tag{A3}$$

家庭以成本最小化为原则在两种消费品之间进行选择，求解消费者对于两种消费品的最优选择问题可得：

$$C_{i,t}=\lambda_i\times\left(P_{i,t}/P_t\right)^{-1/\theta_c}\times C_t \tag{A4}$$

教育投入 EU_t 采用两层 CES 嵌套形式，即教育投入由基础型教育投入 EB_t 和应用型教育投入 EA_t 组成，应用型教育投入 EA_t 由国有企业和非国有企业两部门的应用研究教育投入 $EA_{S,t}$ 和 $EA_{P,t}$ 组成，函数形式如下：

$$EU_t=\left[EB_t^{1+\zeta_E}+EA_t^{1+\zeta_E}\right]^{1/(1+\zeta_E)} \tag{A5}$$

$$EA_t=\left[EA_{S,t}^{1+\zeta_A}+EA_{P,t}^{1+\zeta_A}\right]^{1/(1+\zeta_A)} \tag{A6}$$

家庭面临的预算约束为：

$$P_tC_t+B_t+S_t+M_t=\left(1-taxL_t\right)w_{i,t}L_{i,t}+wb_tHB_t+wa_{i,t}HA_{i,t}+R_{t-1}B_{t-1}+M_{t-1}+TP_t \tag{A7}$$

假设存在基础型及应用型两类人才 HB_t 和 HA_t，且按照以下形式变化：

$$HB_{t+1}=\left(1-\delta_H\right)HB_t+IHB_t \tag{A8}$$

$$HA_{i,t+1}=\left(1-\delta_H\right)HA_{i,t}+IHA_{i,t} \tag{A9}$$

其中，δ_H 为人力资本的折旧率，反映了人口的替代性，即家庭要保证人力资本存量，必须接受连续的培训；IHB_t 和 $IHA_{i,t}$ 为相应的人力资本投资，由家庭的教育投入决定，即：

$$IHB_t=AHB_tEB_t^{\varphi_H} \tag{A10}$$

$$IHA_{i,t}=AHA_{i,t}EA_{i,t}^{\varphi_H} \tag{A11}$$

其中，AHB_t 和 $AHA_{i,t}$ 为定义两类型教育投入技术效率的随机过程。求解代表性家庭的最优问题，可得到如下一阶条件：

$$\beta R_t\left(C_t/C_{t+1}\right)^{\sigma}\left(1/\pi_{t+1}\right)=1 \tag{A12}$$

$$\chi L_t^{\eta-\zeta}L_{i,t}^{\zeta}=(1-taxL_t)\frac{w_{i,t}}{P_tC_t^{\sigma}} \tag{A13}$$

$$\frac{EU_{t-1}^{\upsilon-\zeta_E}EB_{t-1}^{\zeta_E}}{\varphi_H AHB_t EB_{t-1}^{\varphi_H-1}}=\frac{\beta wb_t}{P_t C_t^{\sigma}}+\beta\frac{EU_t^{\upsilon-\zeta_E}EB_t^{\zeta_E}\left(1-\delta_H\right)}{\varphi_H AHB_t EB_t^{\varphi_H-1}} \tag{A14}$$

$$\frac{EU_{t-1}^{\upsilon-\zeta_E}EA_{t-1}^{\zeta_E-\zeta_A}EA_{i,t-1}^{\zeta_A}}{\varphi_H AHA_{i,t} EA_{t-1}^{\varphi_H-1}}=\frac{\beta wa_{i,t}}{P_t C_t^{\sigma}}+\beta\frac{EU_t^{\upsilon-\zeta_E}EA_t^{\zeta_E-\zeta_A}EA_{i,t}^{\zeta_A}\left(1-\delta_H\right)}{\varphi_H AHA_{i,t} EA_{i,t}^{\varphi_H-1}} \tag{A15}$$

$$M_t^{-\sigma_M}\pi_{t+1}-\frac{\pi_{t+1}}{C_t^{\sigma}P_t}+\frac{\beta}{C_{t+1}^{\sigma}P_{t+1}}=0 \tag{A16}$$

其中，$\pi_t=P_t/P_{t-1}$ 为通货膨胀率。式（A12）为欧拉方程，式（A13）为家庭劳动投入的最优条件，式（A14）和（A15）为家庭教育投入的最优条件，式（A16）为家庭当期存款的最优条件。

（二）企业

1. 最终产品生产商。

最终产品生产商的生产函数为：

$$Y_{i,t}=\left[\int_0^1 Y_{i,t}\left(j\right)^{\frac{\tau_i-1}{\tau_i}}dj\right]^{\frac{\tau_i}{\tau_i-1}} \tag{A17}$$

最终产品生产商的最优问题是选择合适的中间品投入量以追求利润最大化，由此可得到中间产品的需求函数及最终产品的价格指数如下：

$$Y_{i,t}\left(j\right)=Y_{i,t}\left[P_{i,t}/P_{i,t}\left(j\right)\right]^{\tau_i} \tag{A18}$$

$$P_{i,t}=\left[\int_0^1 P_{i,t}\left(j\right)^{1-\tau_i}dj\right]^{\frac{1}{1-\tau_i}} \tag{A19}$$

2. 中间产品生产商。

中间产品厂商的生产函数为：

$$Y_{i,t}\left(j\right)=Z_t\left[K_{i,t}\left(j\right)\right]^{\alpha_{K,i}}\left[L_{i,t}\left(j\right)\right]^{\alpha_{L,i}}\left[IN_{i,t}\left(j\right)\right]^{1-\alpha_{K,i}-\alpha_{L,i}} \tag{A20}$$

其中，$IN_{i,t}$ 为企业生产所需的中间投入品，由来自两部门企业的投入品组成。同样以国有企业部门中间投入品为例：

$$IN_{S,t}=\left[\lambda_{INSS}IN_{SS,t}^{1+\zeta_{IN}}+\lambda_{INSP}IN_{SP,t}^{1+\zeta_{IN}}\right]^{1/(1+\zeta_{IN})} \tag{A21}$$

国有企业部门中间投入品的复合价格可表示为：

$$PIN_{S,t}=\left(\lambda_{INSS}P_{S,t}^{(\zeta_{IN}-1)/\zeta_{IN}}+\lambda_{INSP}P_{P,t}^{(\zeta_{IN}-1)/\zeta_{IN}}\right)^{\zeta_{IN}/(\zeta_{IN}-1)} \tag{A22}$$

综上可得国有企业部门最优中间品投入结构：

$$IN_{SS,t}=\lambda_{INSS}\left(P_{S,t}/PIN_{S,t}\right)^{-1/\theta_{IN}}\times IN_{S,t} \tag{A23}$$

$$IN_{SP,t}=\lambda_{INSP}\left(P_{P,t}/PIN_{S,t}\right)^{-1/\theta_{IN}}\times IN_{S,t} \tag{A24}$$

同理可求出非国有企业部门的最优中间品投入结构。中间品生厂商的最优问题是在中间品需求约束下，通过选择合适的劳动、物质资本及知识资本投入量以最小化其生产成本，结合原文模型中式（6）、式（8）、式（9）和式（10），通过求解中间品生产商的最优问题，可得到如下关于劳动投入量和物质资本投入量之间的关系式以及人力资本投入量和知识产品投入量的一阶条件：

$$\frac{r_{i,t}}{w_{i,t}} = \frac{\alpha_{K,i} L_{i,t}}{\alpha_{L,i} K_{i,t}} \tag{A25}$$

$$MC_{i,t} = \frac{w_{i,t} L_{i,t}}{\alpha_{L,i} Y_{i,t}} \tag{A26}$$

$$u_{i,t} = \varphi_A \varphi_z MC_{i,t} Y_{i,t} / M_{B,t} \tag{A27}$$

$$wa_{i,t} = (1 - a_i) \varphi_z MC_{i,t} Y_{i,t} / HA_{i,t} \tag{A28}$$

$$PIN_{i,t} = MC_{i,t} \left(1 - \alpha_{K,i} - \alpha_{L,i}\right) Y_{i,t} / IN_{i,t} \tag{A29}$$

其中，r_t 为中间品生产商的实际资本边际回报率，μ_t 为基础知识产品的使用费率，MC_t 为中间品生产商的边际成本。

本文假定中间品生产商遵循 Calvo（1983）定价规则对每期产品进行定价，即中间品生产商每期有 $1-\omega$ 的概率可以调整产品价格，ω 的概率保持价格同上期不变。因此有机会调整价格的企业将基于利润最大化制定最优产品价格 $P_t^*(j)$，通过求解中间品厂商的最优定价问题，可得到如下新凯恩斯菲利普斯曲线：

$$\hat{\pi}_{i,t} = \beta E_t \hat{\pi}_{i,t+1} + \frac{(1-\omega_i)(1-\beta\omega_i)}{\omega_i} \hat{MC}_{i,t} \tag{A30}$$

结合总价格指数公式（A3），可得到经济体总通胀水平表达式如下：

$$\hat{\pi}_t = \lambda_S \hat{\pi}_{S,t} + \lambda_P \hat{\pi}_{P,t} \tag{A31}$$

上述式中，上标“^”表示变量相对于其稳态值的偏离程度。

（三）公共研发机构

公共研发机构的基础知识研究行为：

$$MB_t = AB_t RB_{t-1}{}^b HB_t^{1-b} \tag{A32}$$

公共研发机构的最优问题是选择合适的基础型人力资本投入量以最小化知识研究成本，通过求解公共研发机构的最优问题，可得到如下一阶条件：

$$wb_t = (1-b) AB_t RB_{t-1}{}^b HB_t^{-b} \tag{A33}$$

（四）金融机构

中间品生产商的融资成本表示为：

$$E_t FC_{i,t+1} = E_t \left[\left(\frac{q_{i,t} K_{i,t}}{NW_{i,t}} \right)^{\varphi_i} \frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right] \tag{A34}$$

中间品生产商企业净值的演化函数为：

$$NW_{i,t+1} = V_i \left[FC_{i,t} q_{i,t-1} - FC_{i,t} \left(q_{i,t-1} K_{i,t} - NW_{i,t} \right) \right] \tag{A35}$$

金融机构的最优问题是在最大化资本收益的基础上确定给企业的最优借贷金额，期望资本收益表示为：

$$E_t prof_{i,t} = E_t \left[r_{i,t+1} K_{i,t+1} + (1-\delta_K) K_{i,t+1} q_{i,t+1} - FC_{i,t+1} \left(q_{i,t+1} K_{i,t+1} - NW_{i,t+1} \right) \right] \tag{A36}$$

求解金融机构的最优问题，可得到：

$$E_t FC_{i,t} = E_t \left[\frac{r_{i,t+1} + (1-\delta_K) q_{i,t+1}}{q_{i,t}} \right] \tag{A37}$$

（五）资本品生产商

资本品生产商的期望效用函数为：

$$\max Et\left[q_{i,t}I_{i,t}-\frac{PI_t}{P_t}I_{i,t}-AC_{i,t}\right] \tag{A38}$$

结合原文模型式（16），求解资本品生产商的最优问题，可得如下一阶条件：

$$q_{i,t}=\phi\left(\frac{I_{i,t}}{K_{i,t}}-\delta_K\right)+\frac{PI_t}{P_t} \tag{A39}$$

其中，国有私人资本品 $I_{S,t}$ 和非国有私人资本品 $I_{P,t}$，由国有和非国有两类最终产品以CES函数形式组成，以国有企业私人资本品为例 $I_{S,t}=\left[\lambda_I^{\theta_I}I_{SS,t}^{1-\theta_I}+\left(1-\lambda_I\right)^{\theta_I}I_{SP,t}^{1-\theta_I}\right]^{\frac{1}{1-\theta_I}}$，其中 λ_I 为两类私人最终品的偏好参数，θ_I 为最终品投入的替代弹性。$I_{SS,t}$ 和 $I_{SP,t}$ 分别表示从国有企业部门及非国有企业部门购买并用于生产国有企业部门私人资本品的最终品，若用 PI_t 表示国内私人资本生产的综合价格，则该价格公式可表示为 $PI_t=\left[\lambda_I P_{S,t}^{\frac{\theta_I-1}{\theta_I}}+\left(1-\lambda_I\right)P_{P,t}^{\frac{\theta_I-1}{\theta_I}}\right]^{\frac{\theta_I}{\theta_I-1}}$，得到生产国有企业部门私人资本品时两类最终品的最优投入量：

$$I_{SS,t}=\lambda_I\left(P_{S,t}/P_t\right)^{-\frac{1}{\theta_I}}I_{S,t} \tag{A40}$$

$$I_{SP,t}=\lambda_I\left(P_{P,t}/P_t\right)^{-\frac{1}{\theta_I}}I_{S,t} \tag{A41}$$

同理可求出生产非国有企业部门私人资本品时两类最终品的最优投入量。

（六）政府

政府的实际预算约束为：

$$taxL_t\sum_i w_{i,t}L_{i,t}+\frac{B_t}{P_t}+\frac{M_t}{P_t}-\frac{M_{t-1}}{P_t}=R_{t-1}\frac{B_{t-1}}{P_t}+\frac{G_t}{P_t}+RGA_t+RGB_t \tag{A42}$$

关于财政政策的规则形式，本文财政政策主要包含政府消费性支出及财政科技支出，并采用如下形式来反应上述财政政策规则：

$$\tilde{G}_t=\rho_G G_{t-1}+\left(1-\rho_G\right)G+\varepsilon_{G,t} \tag{A43}$$

$$\tilde{RGA}_t=\rho_{rga}RGA_{t-1}+\left(1-\rho_{rga}\right)RGA+\varepsilon_{rga,t} \tag{A44}$$

$$\tilde{RGB}_t=\rho_{rgb}RGB_{t-1}+\left(1-\rho_{rgb}\right)RGB+\varepsilon_{rgb,t} \tag{A45}$$

其中，参数 ρ_i 为财政政策规则中各变量的反应参数，$\varepsilon_{i,t}$ 为财政政策冲击扰动项且满足正态分布。

关于货币政策规则，考虑到价格型货币政策规则在宏观调控中优于数量型货币政策规则，因此参考王立勇和徐晓莉（2018）的研究，采用如下价格型货币政策规则，即：

$$\tilde{R}_t=\tilde{R}_{t-1}^{\rho_R}\times\tilde{\pi}_{t-1}^{(1-\rho_R)\varphi_\pi}\times\tilde{Y}_{t-1}^{(1-\rho_R)\varphi_y}\times exp\left(\varepsilon_{R,t}\right) \tag{A46}$$

其中，ρ_R 为货币政策中名义利率的反应参数，φ_π 和 φ_y 分别为通货膨胀及产出的反应参

数，$\varepsilon_{R,t}$ 为货币政策冲击扰动项且满足正态分布。

（七）均衡条件

由上述关于家庭、厂商、金融机构、资本品生产商及政府的最优化问题，给出以下经济系统的均衡条件：

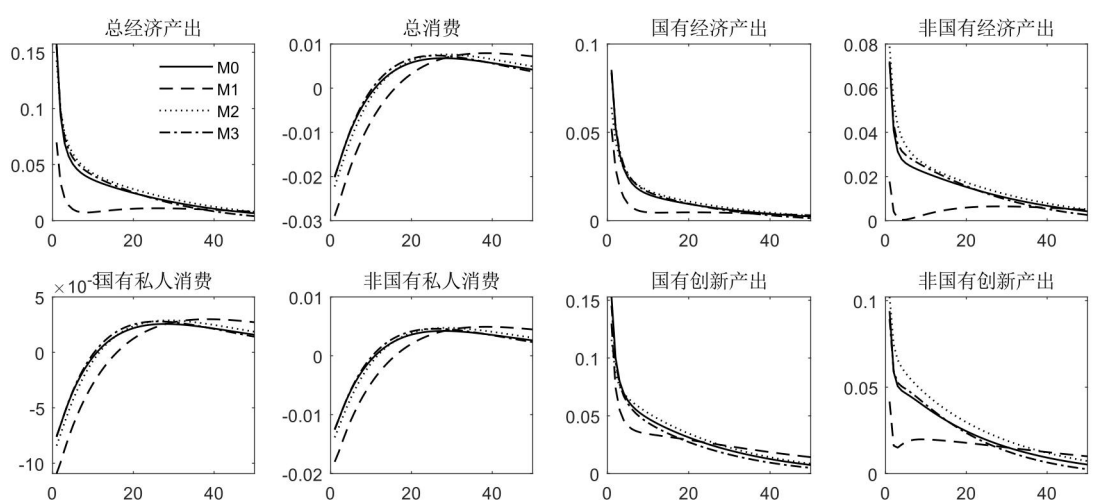
$$Y_{S,t}=C_{S,t}+I_{SS,t}+I_{PS,t}+IN_{SS,t}+IN_{PS,t}+\frac{\phi}{2}\left(I_{S,t}/K_{S,t}-\delta_K\right)^2K_{S,t}+G_{S,t}+RE_{S,t} \quad \text{（A47）}$$

$$Y_{P,t}=C_{P,t}+I_{SP,t}+I_{PP,t}+IN_{SP,t}+IN_{PP,t}+\frac{\phi}{2}\left(I_{P,t}/K_{P,t}-\delta_K\right)^2K_{P,t}+G_{P,t}+RE_{P,t} \quad \text{（A48）}$$

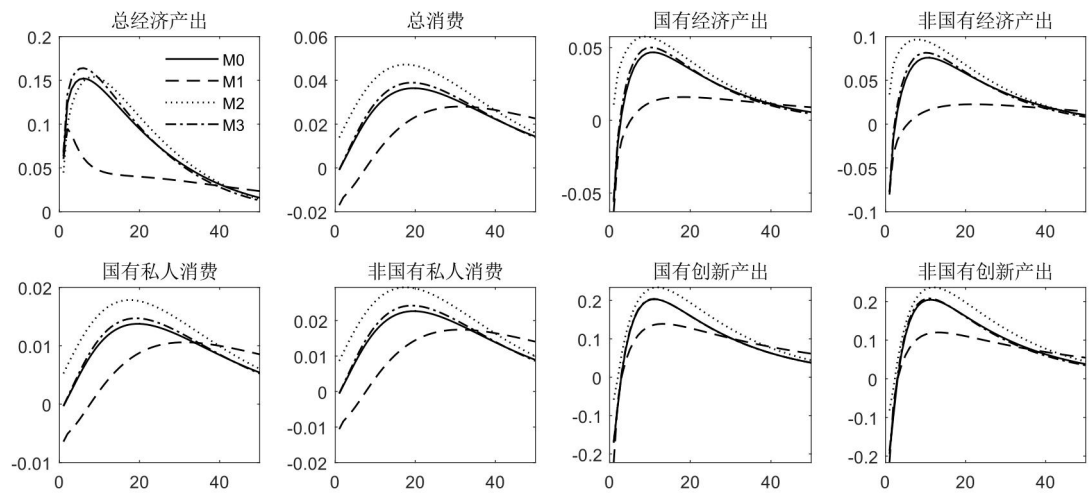
$$Y_t=\frac{P_{S,t}}{P_t}Y_{S,t}+\frac{P_{P,t}}{P_t}Y_{P,t} \quad \text{（A49）}$$

附表 1　　部分主要国有企业部门与非国有企业部门

国有企业部门	非国有企业部门
采掘业	农林牧渔业
烟草制品业	食品制造业
石油、炼焦产品和核燃料加工品	纺织业
交通运输设备制造业	化学制品业
电力、热力的生产和供应	通用、专用设备制造业
燃气生产和供应业	计算机、通信和其他电子设备制造业
水的生产和供应业	批发、零售和住宿餐饮业
建筑业	信息技术服务业
邮电通信业	房地产业
金融业	文化、体育和娱乐业



附图 1 不同模型设定下政府应用研究支出冲击的脉冲响应



附图 2 不同模型设定下政府基础研究支出冲击的脉冲响应

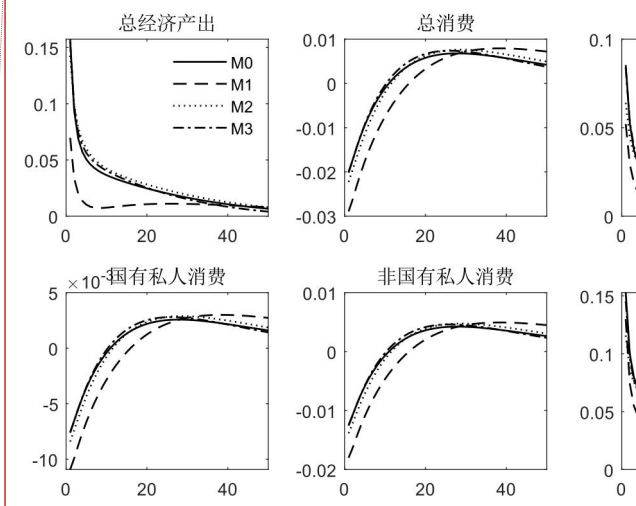
附表 2 不同模型设定下政府财政科技支出乘数估算结果

	研究支出类型	乘数类型	1 期	4 期	8 期	12 期
M1	应用研究支出	总乘数	0.2890	0.3031	0.3483	0.3588
		国有企业部门乘数	0.0886	0.0491	0.0492	0.0692
		非国有企业部门乘数	0.1602	0.2399	0.2538	0.2791
	基础研究支出	总乘数	0.3010	0.5655	0.7242	0.8807
		国有企业部门乘数	0.0059	0.0602	0.1140	0.1664
		非国有企业部门乘数	0.0240	0.1740	0.2502	0.3093
M2	应用研究支出	总乘数	0.7873	0.7959	0.9915	1.1407
		国有企业部门乘数	0.2200	0.3386	0.3924	0.5638
		非国有企业部门乘数	0.2941	0.4168	0.5256	0.6483
	基础研究支出	总乘数	0.3171	0.8371	1.3994	1.9424
		国有企业部门乘数	0.0539	0.3899	0.5308	0.6574
		非国有企业部门乘数	0.0599	0.3367	0.6050	0.8579
M3	应用研究支出	总乘数	0.7762	0.8216	1.0504	1.2945
		国有企业部门乘数	0.3190	0.4389	0.5291	0.6240
		非国有企业部门乘数	0.2572	0.3828	0.5213	0.6705
	基础研究支出	总乘数	0.3382	0.9047	1.5088	2.0844
		国有企业部门乘数	0.2846	0.4452	0.5921	0.7226
		非国有企业部门乘数	0.1692	0.4381	0.7235	0.9989

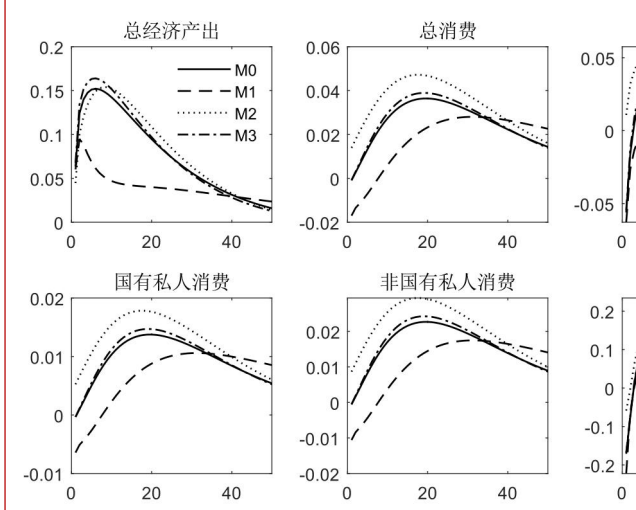
删除[kylin]: 各

删除[kylin]: 的

删除[kylin]:



附图 1 不同模型设定下政府应用研究支出冲击的脉冲响应



附图 2 不同模型设定下政府基础研究支出冲击的脉冲响应

参考文献

[1] 王立勇，徐晓莉. 纳入企业异质性与金融摩擦特征的政府支出乘数研究[J]. 经济研究, 2018, 53(8):100-115.

[2] Calvo G A. Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework[J]. Journal of Monetary Economics, 1983, 12(3):383-398.